Тема 12 Динамические нагрузки

Общие понятия о динамических расчетах строительных конструкций

Некоторые нагрузки на строительные конструкции сравнительно быстро меняют свою величину или положение. Такие нагрузки называются ***динамическими***.

П р и м е р ы. Действие поезда на мост, работа штампового пресса, работа машин и механизмов с маховиками, забивка свай копром и др.

Динамические нагрузки вызывают колебательные движения частей сооружений. Поэтому при расчете следует учитывать силы инерции. Отметим, что ***признаком динамической задачи является необходимость учета сил инерции***. При решении динамических задач используются два метода – ***дифференциальный*** и ***интегральный***.

Дифференциальный метод основан на составлении дифференциального уравнения динамического равновесия и получение уравнения движения частей сооружения. Анализ уравнения движения позволяет получить ускорения точек сооружения, а значит и сил инерции, которые учитываются в расчете. Этот метод связан с большими математическими проблемами – решением больших систем дифференциальных уравнений.

Так, например, достаточно простая задача динамического расчета однопролетной П-образной рамы при одномассовом сгущении ее элементов потребует решения системы двух дифференциальных уравнений. При этом, вычисляя деформации, следует ограничиться учетом только изгибом элементов рамы.

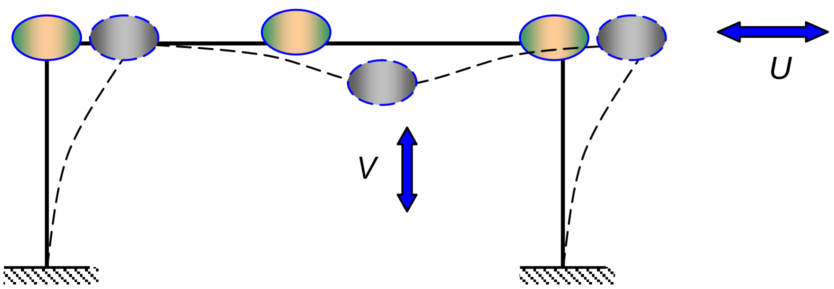

Рис. 12.1 Расчетная схема П-образной рамы для динамического расчета

Интегральный метод основан на использовании динамического коэффициента. Этот метод чаще всего используется при расчете строительных конструкций.

Динамический коэффициент *равен отношению исследуемой величины при динамическом воздействии к значению этой же величины при статическом воздействии.*

$$\boxed{S_{Д}=k_{Д}\cdot S_{СТ}}, \qquad (12.1)$$

где $S_{ст}$ – исследуемая величина при статическом приложении нагрузки (N, M, V, σ и др.)

$k_{д}$ – динамический коэффициент, определяемый аналитически или экспериментально.

Динамический коэффициент зависит от:

– вида динамической нагрузки;

– размеров конструкции;

– массы конструкции;

– жесткости элементов конструкции

и др.

Учет сил инерции при расчете троса

Пусть тело весом G подымается на тросе с ускорением a рис. 12.2. Вес троса q. Если тело не опускается и не подымается, то сила N равна

$$N_{cm} = G + qz\,. \qquad (12.2)$$

Если тело ускоренно подымается с ускорением a, то для определения натяжения троса необходимо составить уравнение движения тела, взять вторую производную и получить ускорение. Однако, этого можно не делать, если использовать принцип Даламбера.

Принцип Даламбера – движущуюся систему можно рассматривать как находящуюся в равновесии, если ко всем ее точкам присоединить дополнительно силы инерции.

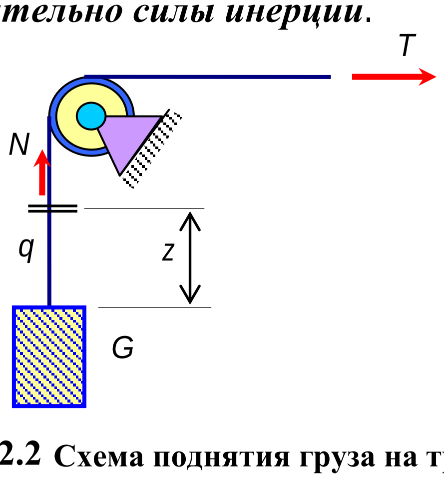

Рис.12.2 Схема поднятия груза на тросе

Силы инерции численно равны произведению массы на ускорение и направлены в сторону, противоположную ускорению

$$F_{ин} = \frac{G+qz}{g} \cdot a, \tag{12.3}$$

где g – ускорение свободного падения.

Суммарная сила равна

$$N_Д = N_{ст} + N_{ин} = (G+qz) + \frac{G+qz}{g} \cdot a = (G+qz)\left(1+\frac{a}{g}\right). \tag{12.4}$$

Окончательно имеем

$$\boxed{N_Д = k_Д \cdot N_{ст}}. \tag{12.5}$$

В результате получаем формулу для динамического коэффициента

$$\boxed{k_Д = 1 + a/g}. \tag{12.6}$$

Используя динамический коэффициент и зная статическое напряжение, можно найти динамическое напряжение

$$\sigma_Д = \frac{N_Д}{A} = \frac{k_Д N_{ст}}{A} = k_Д \cdot \sigma_{ст}. \tag{12.7}$$

Окончательно имеем

$$\boxed{\sigma_Д = k_Д \cdot \sigma_{ст}} \tag{12.8}$$

Аналогично можно найти прогибы от динамической нагрузки

$$\boxed{V_Д = k_Д \cdot V_{ст}}. \tag{12.9}$$

Если тело ускоренно опускается, то следует принимать $a < 0$.

Расчет на удар

Дадим определение такому явлению как удар.

Удар – это взаимодействие движущихся тел в результате их соприкосновения, приводящее к изменению скоростей их точек.

П р и м е р ы. Действие кузнечного молота на заготовку, удар копра при забивке сваи и др.

Процесс удара – это сложное механическое явление. Чтобы упростить расчет в сопротивлении материалов, приняты следующие допущения.

Д о п у щ е н и я.

1) После удара двух тел оба тела движутся с одинаковой скоростью и в одном направлении.

2) Материал соударяющихся тел испытывает только упругие деформации.

3) Кинетическая энергия удара полностью переходит в потенциальную энергию упругих деформаций тел.

Рассмотрим задачу о продольном ударе по стержню (рис. 12.3).

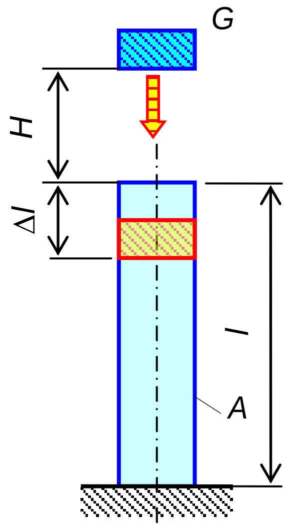

Рис. 12.3 Схема к расчету стержня на продольный удар

Потенциальная энергия деформации стержня равна при статическом приложении нагрузки – когда тело просто установить на торец стержня

$$U_{ст}=\frac{1}{2}G\cdot\Delta l_{ст}=\frac{1}{2}G\cdot\Delta l_{ст}\cdot\frac{\Delta l_{ст}}{\Delta l_{ст}}=\frac{1}{2}\frac{G\cdot(\Delta l_{ст})^2}{\Delta l_{ст}}=\frac{G\cdot\Delta l_{ст}^2}{2\cdot\dfrac{Gl}{EA}}=\frac{(\Delta l_{ст})^2\,EA}{2l}. \qquad \textbf{(12.10)}$$

Аналогично выражается потенциальная энергия при динамическом приложении нагрузке – ударе

$$\boxed{U_{Д}=\frac{(\Delta l_{Д})^2\,EA}{2l}}. \qquad \textbf{(12.11)}$$

Кинетическая энергия удара равна потенциальной энергии поднятого тела G

$$T=G\left(H+\Delta l_{Д}\right). \qquad \textbf{(12.12)}$$

По закону сохранения энергии имеем

$$T = U_{Д}. \qquad \textbf{(12.13)}$$

Отсюда получим уравнение

$$\frac{\left(\Delta l_{Д}\right)^2 EA}{2l} = G\left(H + \Delta l_{Д}\right); \qquad \textbf{(12.14)}$$

Раскроим скобки, разделим левую и правую части уравнения(12.14)на EA и умножим на $2l$

$$\Delta l_{Д}^2 = 2H\frac{Gl}{EA} + 2\Delta l_{Д}\frac{Gl}{EA} \qquad \textbf{(12.15)}$$

Учтем, что $Gl/EA = \Delta l_{ст}$ и получим квадратное уравнение относительно неизвестного $\Delta l_{Д}$

$$\Delta l_{Д}^2 - 2\Delta l_{ст} H - 2\Delta l_{Д}\Delta l_{ст} = 0. \qquad \textbf{(12.16)}$$

Приведем уравнение(12.16)к привычному виду квадратного уравнения

$$\Delta l_{Д}^2 - 2\Delta l_{cm}\cdot\Delta l_{Д} - 2H\cdot\Delta l_{cm} = 0. \qquad \textbf{(12.17)}$$

Из математики известно, что решение неполного квадратного уравнения

$$x^2 + px + q = 0 \qquad \textbf{(12.18)}$$

имеет вид

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}. \qquad \textbf{(12.19)}$$

Воспользуемся решением квадратного уравнения и получим

$$\Delta l_{Д} = \Delta l_{cm} + \sqrt{\Delta l_{cm}^2 + 2H\Delta l_{cm}}; \qquad \textbf{(12.20)}$$

Приведем выражение(12.20)к виду

$$\Delta l_{Д} = \Delta l_{cm}\left(1 + \sqrt{1 + 2H/\Delta l_{cm}}\right). \qquad \textbf{(12.21)}$$

Окончательно имеем

$$\boxed{\Delta l_{Д} = k_{Д}\Delta l_{cm}}, \qquad \textbf{(12.22)}$$

где Δl_{cm} – деформация при статическом приложении нагрузки;

$\Delta l_{Д}$ – деформация при динамическом приложении нагрузке (ударе);

$k_Д$ – динамический коэффициент при ударе равен

$$\boxed{k_Д = 1 + \sqrt{1 + 2H/\Delta l_{cm}}}. \qquad \textbf{(12.23)}$$

Используя динамический коэффициент (12.23) можно найти напряжения при ударе. Правда, для этого требуется знать статическое напряжение.

$$\boxed{\sigma_Д = k_Д \sigma_{cm}}. \qquad \textbf{(12.24)}$$

Динамический расчет на мгновенно приложенную нагрузку

Примером мгновенно приложенной нагрузки является наезд колеса локомотива на рельс

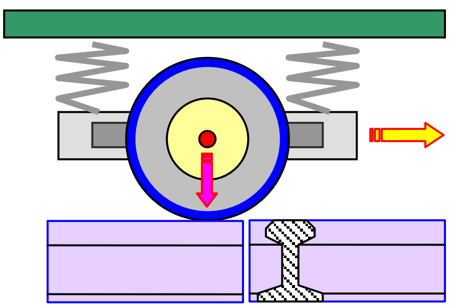

Рис.12.4 Мгновенное действие колеса локомотива на

Мгновенно приложенную нагрузку можно представить как удар при нулевой высоте падения тела H = 0. В этом случае динамический коэффициент равен

$$k_Д = 1 + \sqrt{1 + 2H/\Delta l_{cm}} = 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 0/\Delta l_{cm}} = 2. \qquad \textbf{(12.25)}$$

Понятие о волновой теории удара

Рассмотренный ранее метод расчета при ударе основан на замене системы с бесконечно большим числом степеней свободы системой с одной степенью свободы, является приближенным.

Гораздо точнее описывает процесс удара волновая теория удара. Рассмотрим пример продольного удара. Пусть по концу стержня совершается удар абсолютно жестким телом (рис. 12.5).

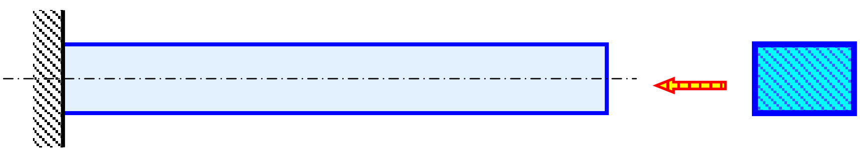

Рис. 12.5 Схема продольного удара по длинному стержню

Для оценки эффекта удара обычно используют значение относительной линейной деформации ε_z, вызванной этим ударом. Установлено, что деформация сжатия ε_z в момент удара зависит только от скорости тела, производящего удар, но не зависит от массы этого тела. От массы тела, совершающего удар, зависит объем части стержня, в котором появляется деформация сжатия ε_z.

После удара образуется волна деформации, которая распространяется по длине стержня от места удара к другому концу (рис. 12.6, а).

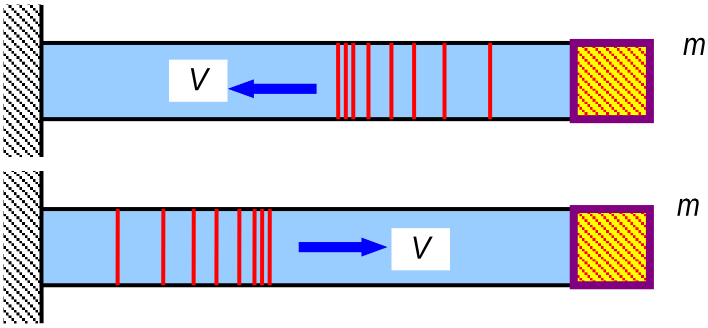

Рис. 12.6. Прямое и обратное движение упругой волны после удара

Скорость распространения этой волны равна скорости распространения звука в материале стержн:

для стали – 5120 м/с;
для воды – 1800 м/с;
для воздуха – 320 м/с.

Достигнув противоположного конца стержня, волна отразиться от него и будет возвращаться к концу, где произведен удар.

По волновой теории получается, что пока волна не пройдет по длине стержня до его конца и, отразившись, не вернется к концу, где произведен удар, “отскок” наблюдаться не будет.

Применение волновой теории для описания удара дает более точные результаты, однако требует использование аппарата теории упругости. Поэтому в курсе сопротивления материалов подробно не изучается.